

: प्रकरण - सातवे :

: निष्कर्ष व शिफारसी :

=====

प्रकरण सातवे

निष्कर्ष व शिफारशी

- 7:1 प्रस्तावना
- 7:2 निष्कर्ष
- 7:3 विद्यार्थ्यांच्या घातांक नियमांचा उपयोग करत असताना होणा-या सर्वसाधारण चुका.
- 7:4 उपचारात्मक उपाय.
- 7:4:1 उपचारात्मक उपाय-महत्त्व.
- 7:4:2 प्रस्तुत संशोधनाच्या अनुषंगाने उपचारात्मक उपायाबाबत शिफारशी.
- 7:5 पुढील संशोधनासाठी विषय.

प्रकरण सातवे

निष्कर्ष व शिफारशी

7:1 प्रस्तावना :-

इयत्ता नववीच्या गणिताच्या पाठ्यपुस्तकात घातांक या प्रकरणाचा समावेश आहे. घातांक, त्याचा अर्थ, घातांकाचे नियम, घातांकाचे नियम वापरून उदाहरण सोडविण्याची प्रक्रिया, घातांकावरील अंतिम नैदानिक कसोटी तयार करण्याची पध्दती, संशोधन पध्दती इत्यादी बाबींचे वर्णन यापूर्वीच्या प्रकारणांमध्ये केले आहे. घातांकावर तयार केलेली अंतिम नैदानिक कसोटी निवडलेल्या नमुना गटाला दिली. ती तपासून मिळालेल्या माहितीचे विश्लेषण प्रकरण क्रमांक सहा मध्ये केले आहे. मिळालेल्या माहितीच्या विश्लेषणवार आधारित निघालेले निष्कर्ष व शिफारशी यांचा उदापोह प्रस्तुत प्रकरणात केलेला आहे.

7:2 निष्कर्ष :-

1) वस्तुनिष्ठ विभाग -

1) 325 विद्यार्थ्यांपैकी 12.69% विद्यार्थी गुणाकाराच्या स्वरूपात दिलेल्या संख्या घातांकित विन्हात लिहिण्यात चुका करतात. 28.09% विद्यार्थी संख्यांचे घात मोजण्यात चुकतात. 25.31% विद्यार्थी दिलेल्या संख्यांचा गुणाकार करून किंमती मांडतात. घातांकित स्वरूपात लिहीत नाहीत. 21.15% विद्यार्थी फक्त पाया असणारी संख्या एकदाच लिहितात.

2) 6.76% विद्यार्थ्यांना घातांकित संख्या गुणाकाराच्या स्वरूपात बरोबर मांडता येत नाही. तसेच घात व पाया यातील संबंध समजत नाही. चुकलेल्या एकूण विद्यार्थ्यांच्या 53.84% विद्यार्थी दिलेल्या घातांकित संख्या पाया गुणिले घात अशा स्वरूपात मांडतात. उदा.  $81^3 = 81 \times 3$

38.66% विद्यार्थी फक्त पाया असणारी संख्या घातांकाएवढेच मांडण्याऐवजी, दिलेली घातांकित संख्या पुन्हा तशीच घातांकाएवढेच मांडतात. उदा.  $t^5 = t^5 \times t^5 \times t^5 \times t^5 \times t^5$

3) 2.93% विद्यार्थ्यांना घातांकित संख्या शब्दात लिहिण्यात अडचणी येतात. चुकलेल्या एकूण विद्यार्थ्यांपैकी 42.29% विद्यार्थी घातांकित संख्यांचा पाया अचूक लिहिण्यात चुक करतात. उदा.

$(7ab)^{12}$  यामध्ये 7 चा 12वा घात असे लिहितात. 20.63% विद्यार्थी घातांकित संख्या शब्दात लिहिताना घात या शब्दाऐवजी मूळ अशा चुकीच्या शब्दाचा वापर करतात. उदा.  $(512)^{13} =$  पाचशे बाराचे तेरावे मूळ .

2.61% विद्यार्थी शब्दात दिलेली घातांकित संख्या चिन्हात लिहिण्यात चुका करतात. चुकलेल्या एकूण विद्यार्थ्यांच्या 38.08% विद्यार्थी शब्दात दिलेल्या घातांकित संख्येचे घातांकित चिन्हात लिखाण करताना फक्त पाया असणारी संख्याच मांडतात. उदा.  $(-3)$  चा 9 वा घात =  $(-3)$

35.21% विद्यार्थी संख्येचा घात लिहिण्यात चूक करतात. उदा.  $(a + b + c)$  चा  $rs$  वा घात =  $(a + b + c)^{r+s}$

4) 7.00% विद्यार्थी घातांकित संख्येतील फक्त पाया असणारी संख्या लिहिण्यात चूकतात. 51.88% विद्यार्थी पाया असणारी संख्या अचूक लिहिण्यात चुका करतात. उदा.  $\left(\frac{x}{\sqrt{11}}\right)^6 = 11$  पाया. तर 33.56% विद्यार्थी पाया रेवजी घात असणारी संख्या लिहितात.

325 विद्यार्थ्यांपैकी 8.23% विद्यार्थी दिलेल्या घातांकित संख्येतील घात असणारी संख्या ओळखण्यात चुका करतात. 61.46% विद्यार्थी घात असणारी संख्या लिहिण्याऐवजी पाया असणारी संख्या लिहितात. तसेच संख्येला घात दिला नसेल तर एक घात असतो या संकल्पनेचे आकलन न झाल्यामुळेही विद्यार्थी केवळ पाया असणारी संख्या लिहितात. घात व पाया यांच्या स्थानातील भिन्नता विद्यार्थी ओळखू शकत नाहीत.

5) 11.54% विद्यार्थी घातांकाचा गुणाकार नियम वापरण्यात चुका करतात. चुकलेल्या एकूण विद्यार्थ्यांच्यापैकी 28.89% विद्यार्थी पाया समान असणा-या घातांकित संख्यांचा गुणाकार करताना पाया साधारण घेऊन घातांकांची बेरीज करण्याऐवजी घातांकाचा गुणाकार करतात. 28.62% विद्यार्थी घातांकाचा गुणाकार नियम वापरण्यात चूक करतात. उदा.  $(-3)^4 \times (-3)^8 = (-3)^{13}$

6) 24.61% विद्यार्थी घाताचा घात नियम वापरण्यात चुकतात. एकूण चुकलेल्या विद्यार्थ्यांपैकी 40.89% विद्यार्थी घाता घाताचा गुणाकार करण्याऐवजी घाता घातांची बेरीज करतात. उदा.  $(a^2)^3 = a^5$

29.57% विद्यार्थी दिलेली दोन्ही घातांक स्वतंत्रपणे पायावर मांडतात. उदा.  $[(pq)^2]^{15} = (p)^2 \times (q)^{15}$

7) 15.07% विद्यार्थी घातांकाचा भागाकार नियम वापरण्यात चुका करतात. चुकलेल्या एकूण विद्यार्थ्यांपैकी 35.97% विद्यार्थी घातांकाची बेरीज करून पाया असणा-या संख्येच्या डोक्यावर लिहितात. उदा.  $\frac{7^{10}}{7^8} = 7^{18}$ , 33.11% विद्यार्थी घात असणा-या संख्यांचाही भागाकार करतात.

$$\text{उदा. } \frac{(p/q)^{25}}{(p/q)^{15}} = \frac{25^5}{15^3} = \frac{5}{3}$$

8) 27.07% विद्यार्थी धन घातांकांत संख्या लिहिण्यात चुका करतात. एकूण चुकलेल्या विद्यार्थ्यांपैकी 54.97% विद्यार्थी उदाहरण तसेच ठेवून फक्त घातांके ऋण चिन्ह काढून टाकतात. याचा अर्थ विद्यार्थ्यांना ऋण घात धन करण्याच्या पद्धतीचे आकलन झालेले नाही. उदा.  $\frac{1}{a^{-1}} = \frac{1}{a^1}$

38.15% विद्यार्थी दिलेल्या धन घातांकित संख्यांचे ऋण घातांकांत रूपांतर करण्यात चुकतात. चुकलेल्या विद्यार्थ्यांपैकी 57.03% विद्यार्थी उदाहरण तसेच ठेवून पाया व घात असणा-या दोन्ही संख्यांना ऋण चिन्ह देतात. याचा अर्थ विद्यार्थ्यांना धन घातांक ऋण करण्याच्या प्रक्रियेचे आकलन झाले नाही. उदा.  $(3/4)^{11} = \left(\frac{-3}{4}\right)^{-11}$

9) 30.46% विद्यार्थी धन अपूर्णांक घात असणा-या घातांकित संख्येतील कोणत्या संख्येचे कितवे मूळ लिहिण्यात चुकतात. चुकलेल्या एकूण विद्यार्थ्यांच्या 60.32% विद्यार्थी घातांकित संख्येचे मूळ लिहिण्यात चूक करतात. उदा.  $(5^{1/8}) = (5 \text{ चे } 8 \text{ वे मूळ})$  असे लिहिण्याऐवजी  $5^{1/8} = 5 \text{ चे } 1/8$  पट किंवा 5 चे  $1/8$  वे मूळ असे लिहितात.

33.95% विद्यार्थी कोणत्या संख्येचे कितवे मूळ हे शब्दात दिले असता घातांकित चिन्हात लिहिण्याच्या प्रक्रियेत चुका करतात. चुकलेल्या एकूण विद्यार्थ्यांपैकी 62.26% विद्यार्थी शब्दात दिलेल्या संख्येचे मूळ घातांकित चिन्हात लिहिण्याच्या प्रक्रियेत चूक करतात. उदा. 250 चे 15 वे मूळ =  $(250)^{15}$

10) एकूण विद्यार्थ्यांच्या 11.08% विद्यार्थी घातांकाचा घात नियम वापरण्यात चुकतात. घातांकित संख्येचा एक घात धन अपूर्णांक व दुसरा पूर्णांक घात दिला असता विद्यार्थ्यांनी घातांकाचा घात नियम वापरताना अडचणी येतात. चुकलेल्या एकूण विद्यार्थ्यांपैकी 44.36% विद्यार्थी दिलेल्या संख्येच्या कंसातील घातांकाच्या छेदाचा व कंसाबाहेरील घातांकाचा गुणाकार करून मांडतात. उदा.  $\left[\left(\frac{-2}{7}\right)^{1/3}\right]^3 =$

$\left(\frac{-2}{7}\right)^9$  किंवा  $(4^{1/5})^5 = 4^{25}$  यावरून विद्यार्थी अपूर्णांक संख्यांचा गुणाकार करण्याच्या प्रक्रियेमध्ये चुका करतात.

11) एकूण विद्यार्थ्यांच्या 48.30% विद्यार्थी संख्येचे अपूर्णांक घातांक दिले असता ते घातांकित स्वरूपात लिहिण्यात चुका करतात. चुकलेल्या विद्यार्थ्यांपैकी 49.63% विद्यार्थी शब्दात दिलेली संख्या

घातांकित स्वरूपात लिहिताना संख्येच्या चातामध्ये मूळ असणारी संख्या अंशस्थानी व घात असणारी संख्या छेदस्थानी मांडतात.

उदा. 125 च्या तिस-या मूळाचा चौथा घात =  $(125^{1/3})^4$  किंवा  $(125)^{4/3}$  घात असे मांडण्याऐवजी  $(125)^{3/4}$  घात असे लिहितात.

12) दोन घातांकित संख्यातील संबंध योग्य चिन्हाचा वापर करून दाखविण्यात 25.84% विद्यार्थी चुका करतात.

पाया समान व त्यांचे घातांक धन अपूर्णांक दिले असता अशा घातांकित संख्यांचा गुणाकार करण्यात 23.77% विद्यार्थी चुकतात. एकूण चुकलेल्या विद्यार्थ्यांच्या 30.55% विद्यार्थ्यांना धन अपूर्णांक घातांकाची बेरीज करता येत नाही.

$$\text{उदा. } a^{1/5} \times a^{2/5} = a^{3/10}$$

### 11) लघूत्तरी विभाग -

1) निवडलेल्या विद्यार्थ्यांच्या 18.39% विद्यार्थी घातांकित संख्यांचा अर्थ समजून घेऊन त्यांच्या किंमती काढण्यासाठी कराच्या लागणा-या गुणाकार प्रक्रियेत चुका करतात. चुकलेल्या एकूण विद्यार्थ्यांपैकी 80.68.24 इतके विद्यार्थी संख्यांचा गुणाकार करण्यात चुका करतात.

2) घातांकांच्या गुणाकार नियमाचे आकलन न झाल्याने 13.46% विद्यार्थ्यांना घातांकांचा गुणाकार नियम वापरून दिलेली राशी किंमत न बदलता वेगळ्या स्वरूपात लिहिता येत नाही. चुकलेल्या एकूण विद्यार्थ्यांपैकी 51.84% विद्यार्थी दिलेल्या राशीतील घलांका त्यांच्या घातासद्वेष्टेला गुणाकार करून मांडतात उदा.  $x^3 \times y^4 \times z = x \times x \times x \times y \times y \times y \times y \times z$

36.03% विद्यार्थी किंमत न बदलता दिलेली राशी वेगळ्या रूपात लिहिताना घलांना घातांक देण्यात चुका करतात. उदा.  $x^3 y^4 z = x^2 x x^2 y^2 x y^3 x z^2$

3) 26.62% विद्यार्थ्यांना दिलेल्या घातांकित राशींचा गुणाकार करता येत नाही. चुकलेल्या विद्यार्थ्यांपैकी 22.30% विद्यार्थी घातांकित संख्यांचा गुणाकार करताना घातांकांची बेरीज करण्यात चुकतात.

$$\text{उदा. } (m+n) (m^5 + 2mn + n^2) = m^5 + 2mn + n + m^5 + 2mn^2 + m^3$$

20.66% विद्यार्थ्यांना घातांकित संख्यांचा गुणाकार करता येत नाही. 19.12% विद्यार्थी

उदाहरणातील सर्व पदांच्या घातांकांचा गुणाकार करतात. उदा.  $m^3 (m^7 + m^2) = m^{21} + m^6$

पाया व घात समान असणा-या दोन घातांकित संख्यांची वजाबाकी शून्य मांडतात.

उदा.  $y^7 - y^7 = y^0$

4) घातांकित संख्यांचा भागाकार करण्यात 14.46% विद्यार्थी चुकतात. चुकलेल्या विद्यार्थ्यांपैकी 49.38% विद्यार्थी घातांकित संख्यांचा भागाकार करताना घातांकांची वजाबाकी बरोबर करतात परंतु उत्तरात अंश एक लिहित नाहीत.

उदा.  $\frac{(u-v)^5}{(u-v)^7} = (u-v)^2$

5) घातांकाचा भागाकार व गुणाकार नियम यांचा एकाच उदाहरणात वापर करण्यात 15.38% विद्यार्थी चुका करतात. चुकलेल्या विद्यार्थ्यांपैकी 39.17% विद्यार्थी अंकांच्या स्वरूपातील पाया असणा-या संख्याचा गुणाकार करून त्यांच्या घातांकांचाही गुणाकार करतात.

उदा.  $\frac{5^2 \times 8^2}{4^2} = \frac{40^2}{4^2}$

6) एकूण विद्यार्थ्यांच्या 49.08% विद्यार्थी घातांकित संख्यांना सरळरूप देताना घातांकांच्या नियमाचे योग्य रितीने उपयोजन करू शकत नाहीत. चुकलेल्या विद्यार्थ्यांच्या 43.03% विद्यार्थी घातांकित संख्यांमध्ये बेरीज आहे म्हणून पदांच्या घातांकांचीही बेरीज करतात.

उदा.  $\frac{x^3 + x^5}{x^8 + x^{10}} = \frac{x^8}{x^{18}}$

25.56% विद्यार्थी साधारण अवयव कंसाबाहेर बरोबर लिहितात परंतु कंसातील पदे लिहिण्यात चुका करतात.

उदा.  $\frac{y^{10} - y^5 + y^9}{y^8 - y^3 + y^7} = \frac{y^5 (y^5 - y + y^5)}{y^3 (y^5 - y - y^4)}$

तर 24.69% विद्यार्थ्यांना साधारण अवयव कंसाबाहेर काढता येत नाही.

7) एकूण विद्यार्थ्यांच्या 34.15% विद्यार्थी घातांकांचे विविध नियम वापरून उदाहरण सोडविताना चुका करतात. चुकलेल्या विद्यार्थ्यांपैकी शेकडा 25.45% विद्यार्थी संख्यांचे ऋण घातांक घन करण्यात चुकतात. 15.19% विद्यार्थी घातांकांची बेरीज करण्यात चुकतात.

उदा.  $(\sqrt{7})^{-7} \times (\sqrt{7})^5 = (\sqrt{7})^{-7+5} = (\sqrt{7})^{-2}$

उत्तरात  $(\sqrt{7})^{-2}$  या संख्याचे सरळरूप देताना  $\frac{1}{7}$  लिहित चुका करतात.

26.89% विद्यार्थी धन घातांकात रूपांतर करून सरळरूप देण्याच्या प्रक्रियेत चुका करतात. चुकलेल्या विद्यार्थ्यांच्या शे. 26.57% विद्यार्थी उदाहरण तसेच ठेवून फक्त घातांकाचे ऋण चिन्ह काढून टाकतात.

$$\text{उदा. } 5^{-2} \times 5^{-2} + 2^{-2} \times 2^{-5} = 5^2 \times 5^2 + 2^2 \times 2^5$$

20.88% विद्यार्थी पाया साधारण व गुणाकाराची क्रिया असेल तर घातांकांचाही गुणाकार करतात.

$$\text{उदा. } \frac{b^{-2} \times b^4 \times b^3}{b^3} = \frac{b^{24}}{b^3}$$

8) संख्यांचे मूळ अवयव घातांकित स्वरूपात मांडण्यात व संख्येचे विचारलेले मूळ काढण्यात 17.38% विद्यार्थी चुका करतात. चुकलेल्या स्कूण विद्यार्थ्यांच्या 54.26% विद्यार्थी दिलेल्या संख्येचा तिच्या मूळाच्या संख्येसवढेवेळा गुणाकार मांडतात.

उदा. 8 चे घनमूळ विचारले असता 8 या संख्येचा तीन वेळा गुणकार मांडतात. उदा. 8 चे घनमूळ =  $8 \times 8 \times 8$ .

9) उदाहरणातील संख्येच्या घातांकांमध्ये संख्येचे मूळ कोणते, घात कोणता व घाताचा घात नियम वापरण्यात 34.10% विद्यार्थी चुका करतात चुकलेल्या विद्यार्थ्यांपैकी 31.98% विद्यार्थ्यांना संख्येच्या विचारलेल्या मूळाची किंमत काढता येत नाही. व 31.66% विद्यार्थी घाता-घाताचा गुणाकार करण्यात चुकतात.

$$\text{उदा. } \{(abc)^2\}^{1/6} = (abc)^2 \times 1/6 = (abc)^{1/12}$$

28.50% विद्यार्थी संख्येच्या मूळाचा विचार न करता फक्त संख्येचा तिच्या घातासवढेवेळा गुणाकार मांडतात उदा.  $(256)^{3/8}$  यामध्ये 3 हा घात व 8 हे मूळ आहे. मूळाचा विचार केला जात नाही व त्यामुळे चुका होतात.

$$\text{उदा. } (256)^{3/8} = 256 \times 256 \times 256$$

10) स्कूण विद्यार्थ्यांच्या 31.69% विद्यार्थी धन अपूर्णांक घात असणा-या संख्यांचा भागाकार करण्यात चुका करतात. चुकलेल्या स्कूण विद्यार्थ्यांच्या 50% पेक्षा जास्त विद्यार्थ्यांना विषम छेद धन अपूर्णांक घातांकांचे छेद समान करता येत नाहीत तर 16.16% विद्यार्थी घातांकांची वजाबाकी बरोबर करतात. परंतु पाया असणारी संख्या उत्तरात मांडत नाहीत.

$$\text{उदा. } \frac{m^{3/5}}{m^{13/5}} = 10/5 \quad \text{उदा. } \frac{t^{7/6}}{t^{2/3}} = t^{5/3}$$



15.74% विद्यार्थी घातांकांची वजाबाकी करण्याऐवजी घातांकाचा गुणाकार करतात.

$$\text{उदा. } \frac{P^{7/8}}{P^{3/9}} = P^{7/8 \times 3/9} = P^{21/72}$$

11) घातांकांच्या नियमांचा उपयोग करून घातांकित संख्यांच्या किंमती काढून समीकरणातील दोन्ही बाजूत समानता मिळविण्यामध्ये 24.46% विद्यार्थी चुका करतात. एकूण चुकलेल्या विद्यार्थ्यांपैकी 36.03% विद्यार्थी संख्येचे वर्गमूल काढू शकत नाहीत.

$$\text{उदा. } (3\sqrt{3})^3 = 3^3 \times \sqrt{3}^3 = 3 \times 3 \times 3 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 27\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}.$$

29.42% विद्यार्थ्यांना अपूर्णांक घातांकांचा अर्थ समजत नाही.

$$\text{उदा. } (8^{1/4} \times 3^{1/2})^8 = (8^{1/4})^8 \times (3^{1/2})^8 = (8)^{8/4} \times (3)^{8/2}$$

### 7:3 विद्यार्थ्यांच्या घातांक नियमांचा उपयोग करत असताना होणा-या सर्वसाधारण चुका -

विद्यार्थी घातांकांच्या कोणत्याही एकाच नियमाचा उपयोग करून उदाहरण सोडवू शकतात.

परंतु एकाच उदाहरणात अनेक नियमांचा वापर करताना विद्यार्थ्यांच्या चुका अधिक होतात.

1) बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार इत्यादी मूलभूत क्रिया करण्यात चूक —

संख्यांच्या घातांकांची बेरीज करता येत नाही.

धन अपूर्णांक घातांकित संख्यांचा भागाकार करताना धन अपूर्णांक घातांकांची वजाबाकी करावी लागते. अशा वेळी विद्यार्थ्यांच्या चुका होतात. अपूर्णांक घातांकांची वजाबाकी करताना विषमछेदाचे समच्छेदात रूपांतर करून घेता येत नाही.

घातांकांच्या गुणाकार करण्यातही विद्यार्थी चुका करतात.

$$\text{उदा. } \left[ \left( \frac{4}{7} \right)^{11} \right]^{1/11} = \left( \frac{4}{7} \right)^{1/121}$$

या ठिकाणी 11 या संख्येचा छेद एक न मानल्यामुळे एका अपूर्णांकाचा अंश व दुस-या अपूर्णांकाचा छेद घेऊन गुणाकार करतात त्यामुळे चुका होतात.

2) दिलेली घातांकित संख्या गुणाकाराच्या स्वरूपात मांडताना विद्यार्थी चुका करतात. 50% पेक्षा अधिक विद्यार्थी पाया गुणिले घात अशा स्वरूपात मांडतात. उदा.  $(81)^3 = 81 \times 3$  किंवा घात व

पायासह घातांकित संख्येचा घातासेवढेवेळा गुणाकार करतात. उदा.  $(81)^3 = 81^3 \times 81^3 \times 81^3$ .

3) घातांकित संख्येतील घात व पाया यांच्या स्थानातील फरक समजत नाही.

उदा.  $2^3 = 3 \times 3$ .

संख्येचा घात नसेल तर एक घात मानतात. ही संकल्पनाही विद्यार्थ्यांना माहित नसल्याने चुका होतात.

उदा.  $(x+y)$  या संख्येचा घात लिहा. तेव्हा उत्तर घात नाही असे लिहितात.

4) घातांकांचा गुणाकार नियम— पाया समान असणा-या घातांकित संख्यांचा गुणाकार करताना पाया साधारण घेऊन घातांकांची बेरीज करावयाची असते. परंतु विद्यार्थी घातांकित संख्यांचा गुणाकार करताना घातांकांचा गुणाकार करतात. उदा.  $x^3 \times x^5 = x^{15}$

5) घाताचा घात करून घेताना घातांकांचा गुणाकार करण्याऐवजी बेरीज करतात.

उदा.  $[(4^p)^p]^p = 4^{3p}$

6) घातांकित संख्यांचा भागाकार करताना घातांकांची वजाबाकी करण्याऐवजी घातांकांचाही भागाकार करतात. उदा.  $\frac{7^{10}}{7^8} = 7^{5/4}$

78

7) ऋण घातांक धन करताना किंवा धन घातांकांचे रूपांतर ऋण घातांकात करताना उदाहरण तसेच ठेवून व फक्त चिन्हात बदल करतात.

उदा.  $a^{-7} = a^7$  किंवा  $(\frac{3}{4})^{11} = (3/4)^{-11}$

8) दिलेल्या संख्येचे दिलेले मुळ घातांकित चिन्हात लिहिण्याच्या प्रक्रियेत चुका करतात.

उदा. 5 चे तिसरे मुळ =  $5^3$ .

तसेच घातांकित स्वरूपात दिलेली संख्या शब्दात लिहिण्यात चुका करतात.

उदा.  $(4/3)^{1/9} = 4/3$  वा 9 वा घात.

बहुपदांचा गुणाकार करताना घातांकांच्या नियमांचा उपयोग करता येत नाही. वर्गमूळात असलेल्या संख्यांचे वर्गमूळ अचूक काढता येत नाही.

**7:4 उपचारात्मक उपाय :-**

नैदानिक कसोटीद्वारे केलेल्या संशोधन कार्यात केवळ मिळालेल्या माहितीचे विश्लेषण व अर्थनिर्वचन करून चालत नाही. तर विद्यार्थ्यांच्या प्रगतीतील कच्चे दुवे दूर केले पाहिजेत व त्यासाठी उपचारात्मक अध्यापनाची सोय करणे आवश्यक ठरते. यासाठी त्याचे महत्त्व खालील परिच्छेदात विशद केले आहे.

**7:4:1 उपचारात्मक उपाय महत्त्व :-**

अध्ययनातील विद्यार्थ्यांच्या चुकांच्या अनुषंगाने विद्यार्थ्यांच्यात अपेक्षित सुधारणा घडवून आणण्यासाठी उपचारात्मक उपायांचा उपयोग करतात.

वैशिष्टपूर्ण व योग्य अशाच उपचारात्मक अध्यापनाचा प्रयत्न केला पाहिजे. पूर्वी होत असलेल्या चुका सुधारणे व पुढे होणा-या चुका टाळणे हे उपचारात्मक अध्यापनाचे वैशिष्ट्य आहे. मूळ कच्चे अध्यापन व अध्ययन यांचा परिणाम दूर करण्याचे कार्य उपचारात्मक अध्यापनाचे असते.

अध्यापनाशी संबंधित झालेल्या चुका सुधारण्यासाठी उपचारात्मक अध्यापन फारच उपयुक्त उपयोगी व परिणामकारक ठरते. विद्यार्थ्यांच्या अध्ययनातील उणिवा व त्याची कारणे यावर आधारीत केलेल्या काळजीपूर्वक निदानावरच उपचारात्मक उपाय अवलंबून असतात. अध्ययनातील चुकांच्या सवयी दूर करून पुढे होणा-या चुका टाळता येतात. उपचारात्मक उपाय व उपचारात्मक अध्यापनाचा उपयोग करून विद्यार्थ्यांच्या घातांक व घातांकावरील प्रक्रियेत होणा-या चुका टाळता येतात.

**7:4:2 प्रस्तुत संशोधनाच्या अनुषंगाने उपचारात्मक उपायाबाबत शिफारशी :-**

घातांक घटकातील उदाहरणे सोडविताना विद्यार्थ्यांच्या ज्या चुका होतात त्या सुधारण्याच्या दृष्टीने खाली काही उपाय सुचविले आहेत. त्याबाबत शिफारशी केल्या आहेत.

**1) स्वयंअध्ययन साहित्य :-**

घातांक घटकातील विद्यार्थ्यांच्या होणा-या चुका लक्षात घेऊन त्यावर आधारीत क्रमन्वित अध्ययन पुस्तिका विद्यार्थ्यांना सोडविण्यास घाव्यात. क्रमन्वित अध्ययन पुस्तिकेतील सूचनांनुसार विद्यार्थी घातांकांच्या नियमांचा वापर उदाहरणे सोडविताना करतील व त्यांच्या चुका होणार नाहीत.

स्वयंअध्ययन साहित्य, कॅसेट किंवा स्लाईड्स उपयोग करूनही तयार करता येईल.

2) तक्ते, फ्लॅश कार्ड आणि फिल्मस्ट्रिप :-

- 1) घातांक घटकातील प्रत्येक नियम व त्याचे उपयोजन यावर एक एक तक्ता तयार करून अध्यापन करताना वापरता येईल.
- 11) घातांकातील संकल्पना, नियम व प्रक्रिया यावर आधारीत फ्लॅश कार्ड तयार करून अध्यापनात त्यांचा वापर करता येईल.
- 111) घातांक घटकावर आधारीत फिल्म स्ट्रिप तयार करून त्याचाही अध्यापनात प्रभावी वापर करता येईल.

3) घातांक घटकावरील विविध स्तरांचे स्वाध्याय :-

नैदानिक कसोटीद्वारे विद्यार्थ्यांना घातांकांमधील न समजलेले संबोध व प्रक्रिया समजावून दिल्यानंतर त्यावर आधारीत स्वाध्याय घावेत. स्वाध्यायामुळे घातांकांच्या नियमांचे, प्रक्रियांचे दृढीकरण होते व चुका कमी होतात.

4) उपचारात्मक अध्यापन :-

उपचारात्मक अध्यापन कार्यक्रम तयार करून चुका असणा-या विद्यार्थ्यांवर त्यांचा अवलंब करावा. चुकांच्या क्षेत्रानुसार विद्यार्थ्यांचे वर्गीकरण करून घ्यावे व विविध प्रकारच्या शैक्षणिक साहित्याचा उपचारात्मक अध्यापनात उपयोग करावा.

5) शिक्षकाने अध्यापन करताना घटकाची विशिष्ट उद्दिष्टे व विषयाची सर्वसामान्य उद्दिष्टे लक्षात घ्यावीत.

6) शिक्षकाने घटकावर विचार करताना त्यातील महत्त्वाच्या संकल्पना प्रथम विचारात घ्याव्यात.

7) शिक्षकाने संकल्पनांचे, नियमांचे दृढीकरण होण्यासाठी वेगवेगळ्या प्रकारे त्यांची पुनरावृत्ती करण्याची विद्यार्थ्यांना संधी द्यावी.

8) गणित शिक्षकाने गणित हस्तपुस्तिकेचा वापर अवश्य करावा.

9) शिक्षकाने अध्यापन करताना केवळ संज्ञांचे नियमांचे पाठांतर करून घेण्यावर भर देऊ नये. तर त्या नियमांचा घातांकांची उदाहरणे सोडविताना उपयोग करण्यावर भर द्यावा.

10) दैनंदिन अध्यापनात, विद्यार्थ्यांच्या होणा-या चुका व त्यांची कारणे निदर्शनास आणून घ्यावीत.

7:5 पुढील संशोधनासाठी विषय :-

प्रस्तुत प्रकरणाच्या आता पर्यंतच्या भागात या संशोधनाचे निष्कर्ष व शिफारशी सादर केल्या आहेत. हे संशोधन करत असताना संशोधिकेला काही समस्या जाणवल्या त्या समस्या प्रस्तुत संशोधन विध्याशी प्रत्यक्ष संबंधित नसल्यामुळे संशोधिकेने मूळापर्यंत जाऊन त्यांचा सखोल सांगोपांग व तपशीलवार परामर्श घेतला नाही. तथापि समस्यांचा अस अभ्यास केला गेल्यास तो प्रस्तुत समस्येच्या सर्वांगीण, सम्यक, आकलनास उपकारकच ठरेल असे वाटल्यामुळे त्या समस्यांचा खालील परिच्छेदातून पुढील संशोधनासाठी निर्देश केलेला आहे.

- 1) प्रस्तुत संशोधनातील घातांक, घटकातील विद्यार्थ्यांच्या चुका लक्षात घेऊन उपचारात्मक साहित्य तयार करणे व त्याचा अवलंब करून पडताळा पाहिला जावा.
- 2) प्रस्तुत संशोधन हे कराड नगरपरिषदेच्या हद्दीतील माध्यमिक शाळापुरतेच मर्यादित आहे. त्याऐवजी रका संपूर्ण जिल्ह्यातील माध्यमिक शाळा अभ्यासासाठी निवडल्या जाऊन हा अभ्यास अधिकाधिक निर्दोष व उपयुक्त कसा होईल याचा शोध घेतला जावा.
- 3) प्रस्तुत संशोधन हे इयत्ता नववीच्या बीजगणिताच्या पाठ्यपुस्तकातील घातांक घटकापुरतेच मर्यादित आहे. त्याऐवजी बीजगणिताच्या पाठ्यपुस्तकातील प्रत्येक घटकातील विद्यार्थ्यांच्या होणा-या चुका जाणून घेण्यासाठी नैदानिक कसोटया तयार केल्या जाव्यात.
- 4) विद्यार्थ्यांच्या प्रत्येक घटकातील चुका नैदानिक चाचणीद्वारे शोधून काढून उत्कृष्ट दर्जाचे उपचारात्मक साहित्य निर्मिती करावी.